

Le quattro operazioni

Un approccio
integrato basato sui
problemi



Sviluppare il senso delle operazioni

- Uso di problemi contestuali (o “realistic problems”)
- Attenzione alle parole chiave!
- Uso dei modelli
- Analisi dei problemi e spiegazioni

Significato formale e intuitivo delle operazioni: l'addizione (I)

- **Primo problema.** Giovanni ha 4 caramelle. La mamma gliene dà altre 7. Quante caramelle ha Giovanni adesso?
- **Secondo problema.** Giovanni ha speso 4 Euro. Gliene rimangono in tasca 7. Quanti Euro aveva prima?
- **Terzo problema.** Giovanni ha giocato due partite. Nella prima ha perso 4 punti, ma alla fine della seconda aveva 7 punti in più rispetto alla situazione iniziale. Cos'è successo nella seconda partita?



Significato formale e intuitivo delle operazioni: l'addizione (II)

Questi tre problemi hanno in comune:

- Il **numero** delle operazioni da eseguire;
- Il **tipo** di operazione da eseguire;
- Gli **operandi**;
- La **soluzione**.

Tuttavia:

- Nel **primo problema** (problema anterogrado: "trova lo stato finale") le risposte corrette sono quasi il 100% già in prima primaria.
- Nel **secondo problema** (problema retrogrado: "trova lo stato iniziale") vi è un'ampia maggioranza di risposte corrette solo in quarta-quinta primaria.
- Nel **terzo problema** (problema di livello superiore: "trova il primo operatore") le risposte corrette, ancora in seconda media, sono solo il 25%.

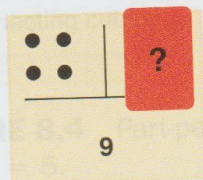
Significato formale e intuitivo delle operazioni: la sottrazione

- Primo significato: "Togliere via da...". Il significato formale e quello intuitivo coincidono. Esempio: Se togliamo 3 palline da un insieme di 10 palline, quante palline rimarranno?
- Secondo significato: "Arrivare a...". Il significato formale e quello intuitivo divergono. Esempio: ho 7 palline, ma me ne occorrono 10 per giocare. Quante palline devo aggiungere a quelle che ho già per poter continuare a giocare?



Materiali per la sottrazione


(a)



9
No action


(b)

Start with 9 tiles under the paper. Remove some. How many are covered?



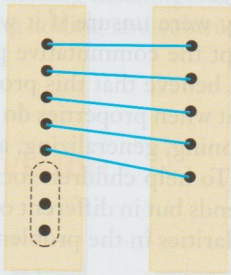
(c)

Start with a bar of 9. Break some off. How many are hidden?

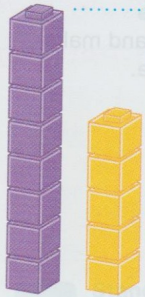


The other part of the bar is hidden.

Counters



Cubes



Difference

8

+5

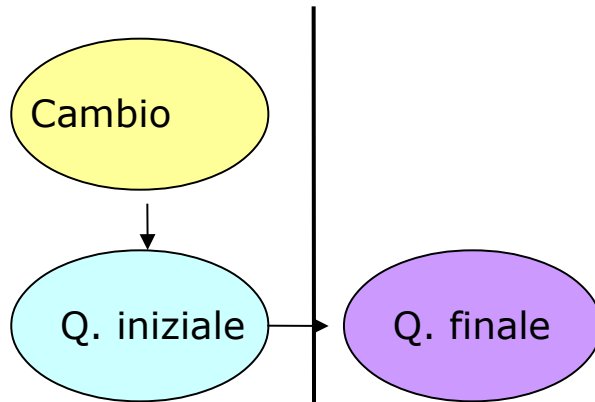
?

0 5 10

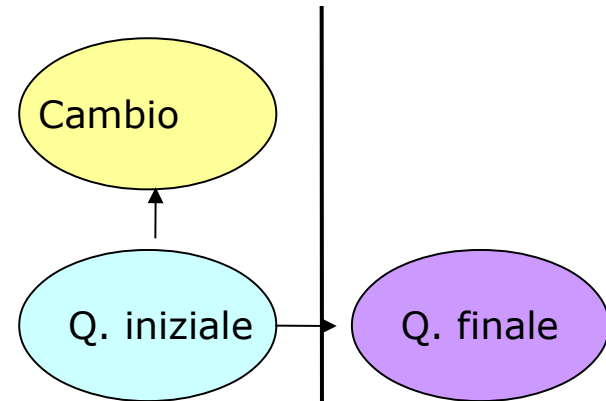
Number Line

Le quattro strutture di base per i problemi additivi e sottrattivi

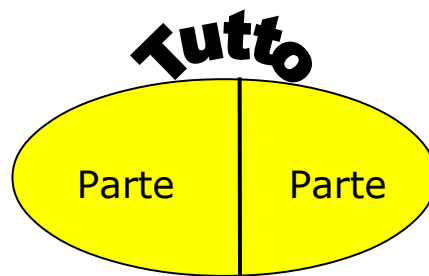
(Carpenter e Moser, 1983; Gutstein e Romberg, 1995)



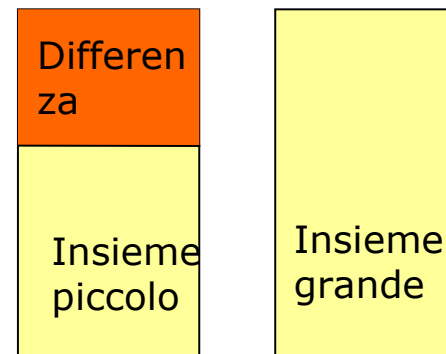
Unione



Separazione



Parte-tutto



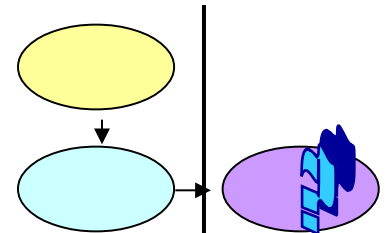
Confronto

Problemi di unione

- Il cambio viene **aggiunto** alla q. iniziale e forma il **tutto** (la **q. finale**)

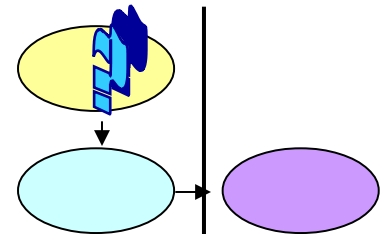
INCOGNITA: Q. FINALE

Sandra ha 8 palline. Giorgio gliene dà altre 4. Quante palline ha Sandra in tutto?



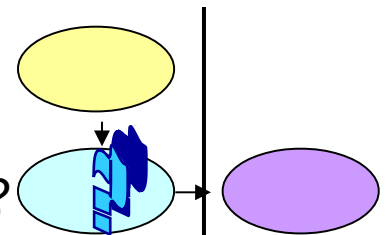
INCOGNITA: CAMBIO

Sandra ha 8 palline. Giorgio gliene dà alcune in più. Adesso Sandra ne ha 12. Quante palline le ha dato Giorgio?



INCOGNITA: Q. INIZIALE

Sandra ha alcune palline. Giorgio gliene dà 4. Adesso Sandra ne ha 12. Quante palline aveva Sandra all'inizio?

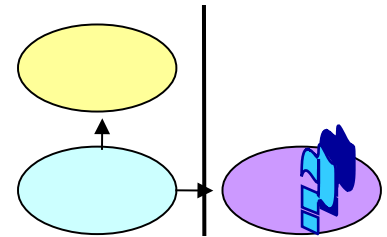


Problemi di separazione

- Il cambio viene **tolto** dal **tutto** (la **q. iniziale**) e forma la q. finale

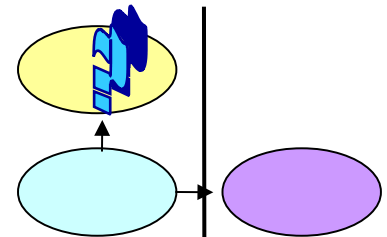
INCOGNITA: Q. FINALE

Sandra ha 12 palline. Ne dà 4 a Giorgio. Quante palline ha Sandra adesso?



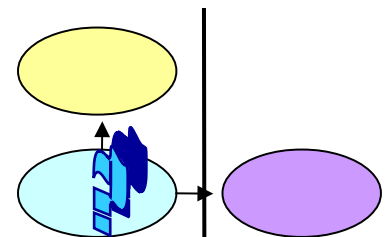
INCOGNITA: CAMBIO

Sandra ha 12 palline. Ne dà alcune a Giorgio. Adesso ne ha 8. Quante ne ha date a Giorgio?



INCOGNITA: Q. INIZIALE

Sandra ha alcune palline. Ne dà 4 a Giorgio. Adesso ne ha 8. Quante palline aveva Sandra all'inizio?

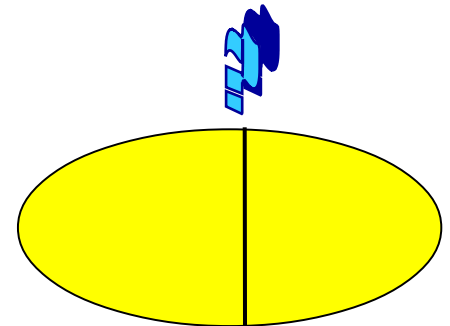


Problemi parte-tutto

- Due parti vengono **combinate** (fisicamente o mentalmente) in un **tutto**

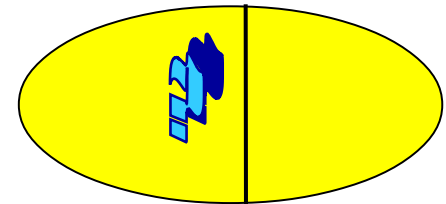
INCOGNITA: TUTTO

Giorgio ha 4 Euro e Sandra 8 Euro. Mettono insieme i loro risparmi in un porcellino. Quanti Euro hanno messo nel porcellino?



INCOGNITA: PARTE

Giorgio e Sandra mettono insieme i loro risparmi, 12 Euro, in un porcellino. Giorgio ci ha messo 4 Euro. Quanti Euro ci ha messo Sandra?



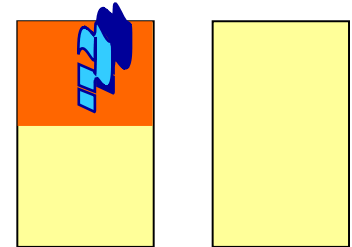
Problemi di confronto

- Due insiemi, uno più grande e uno più piccolo, vengono **confrontati**. La **terza quantità** è la differenza tra i due.

INCOGNITA: DIFFERENZA



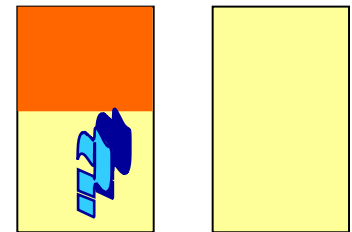
Sandra ha 12 palline e Giorgio ne ha 8. Quante palline ha Sandra in più di Giorgio?



INCOGNITA: INSIEME PICCOLO



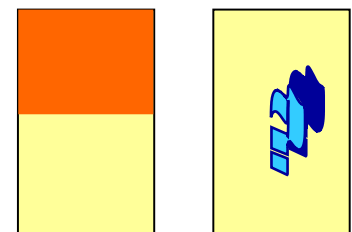
Sandra ha 4 palline in più di Giorgio. Sandra ne ha 12. Quante ne ha Giorgio?



INCOGNITA: INSIEME GRANDE

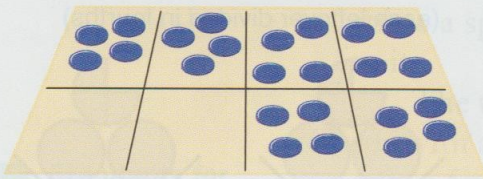


Sandra ha 4 palline in più di Giorgio. Giorgio ne ha 8. Quante ne ha Sandra?



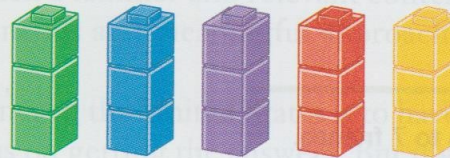
Materiali per la moltiplicazione e la divisione

Equal Sets



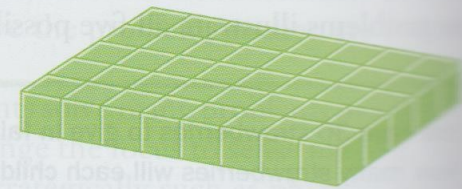
$$6 \times 4 = 4 + 4 + 4 + 4 + 4 + 4$$

Equal Sets



$$5 \times 3 = 3 + 3 + 3 + 3 + 3$$

Array



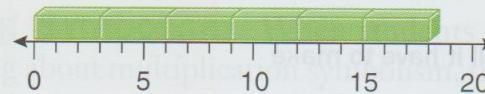
$$5 \times 8 = 8 + 8 + 8 + 8 + 8$$

Array



$$7 + 7 + 7 + 7 + 7 + 7$$

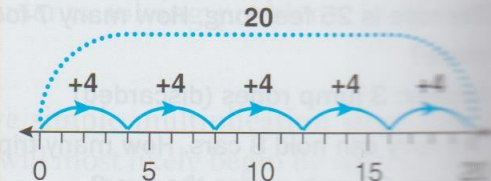
Number Line



$$6 \times 3 = 18$$

$$3 + 3 + 3 + 3 + 3 + 3 = 18$$

Number Line

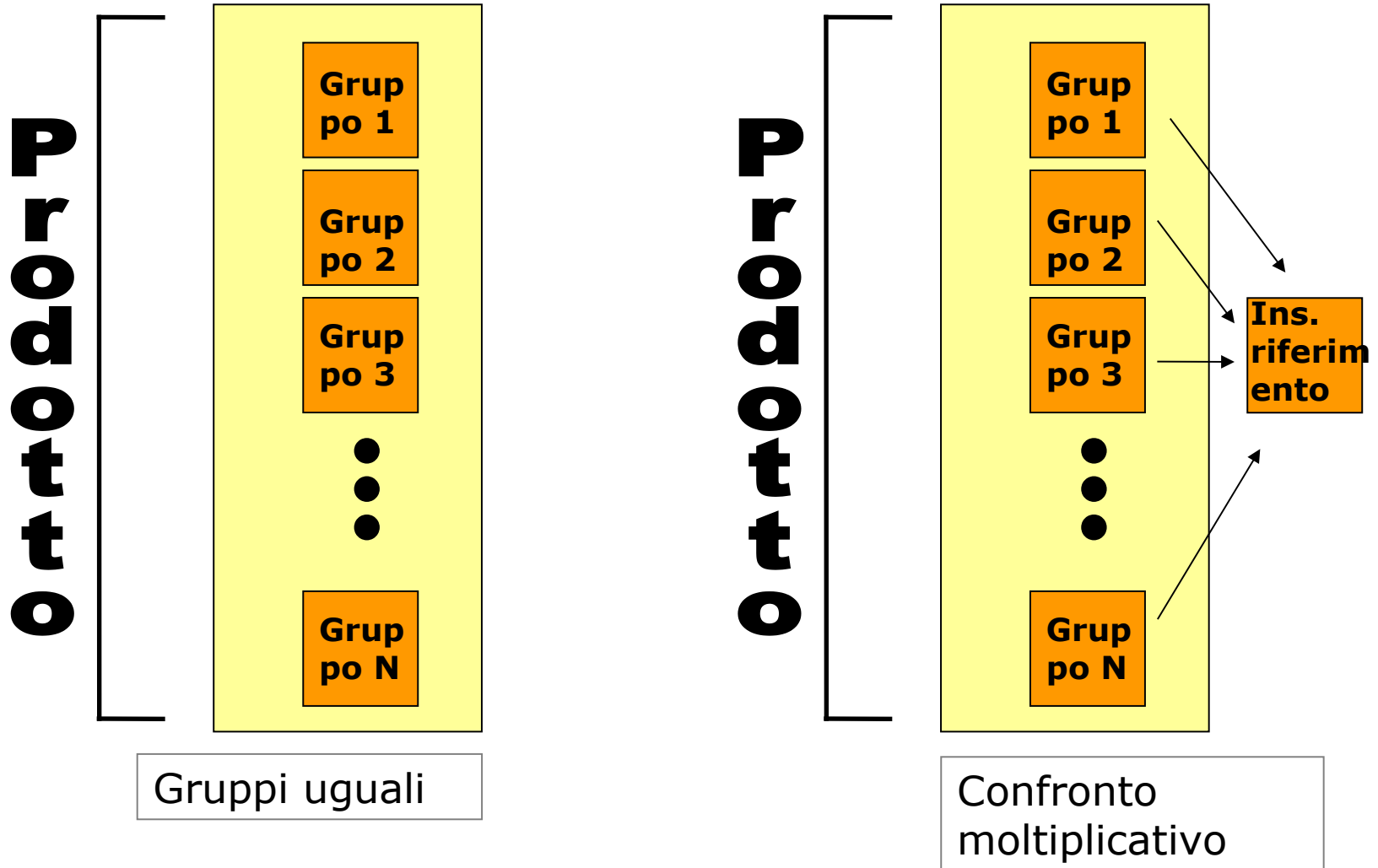


$$5 \times 4 = 20$$

$$4 + 4 + 4 + 4 + 4 = 20$$

Due strutture di base per i problemi moltiplicativi e di divisione

(Greer, 1992)



Problemi di gruppi uguali

- Vi è un certo **numero di gruppi** ciascuno dei quali contiene un'uguale **quantità di oggetti**.

INCOGNITA: PRODOTTO (MOLTIPLICAZIONE)

Marco ha 4 sacchetti di mele. In ogni sacchetto ci sono 6 mele. Quante mele ha Marco in tutto?

INCOGNITA: QUANTITA' DI OGGETTI (DIVISIONE DI PARTIZIONE)

Marco ha 24 mele da distribuire in parti uguali ai suoi 4 amici. Quante mele riceverà ogni amico?

INCOGNITA: NUMERO DEI GRUPPI (DIVISIONE DI CONTENENZA)

Marco vuole mettere le sue 24 mele in cassette da 6 mele ciascuna. Quante cassette userà Marco?

Problemi di confronto moltiplicativo

- Vi è un **insieme** che consiste di **più copie** di un altro (l'insieme di riferimento), a sua volta formato da un **certo numero di oggetti**.

INCOGNITA: PRODOTTO (MULTIPLICAZIONE)

Giulia ha 6 caramelle. Marco ha 4 volte le caramelle di Giulia. Quante caramelle ha Marco?

INCOGNITA: QUANTITA' DI OGGETTI NELL'INSIEME DI RIFERIMENTO (DIVISIONE DI PARTIZIONE)

Marco ha 24 caramelle. Marco ha 4 volte le caramelle di Giulia. Quante caramelle ha Giulia?

INCOGNITA: NUMERO DELLE COPIE (DIVISIONE DI CONTENENZA)

Marco ha 24 caramelle, Giulia 6. Quante volte le caramelle di Giulia ha Marco?