

Università di Cagliari
Corso di Laurea in Matematica
Prova scritta di Geometria 1
8 luglio 2021

Esercizio 1

Sia V lo spazio vettoriale delle soluzioni del sistema lineare omogeneo

$$\begin{cases} x_1 - 2x_2 + 3x_3 - 4x_4 = 0 \\ x_2 + 2x_4 = 0 \end{cases}$$

e sia W il sottospazio vettoriale di \mathbb{R}^3 generato dai vettori $(0,1,1)$ e $(2,0,0)$. Trovare una base dello spazio vettoriale $L(V, W)$ di tutte le applicazioni lineari da V in W .

Esercizio 2

Dato il seguente sistema lineare

$$\begin{cases} -2x_2 + x_3 = 0 \\ -2x_1 + kx_2 + x_3 + kx_4 + 2x_5 = k \\ -kx_1 + 2x_2 - x_3 + 2x_4 + kx_5 = k \end{cases}$$

- a) Utilizzando il teorema di Rouché-Capelli, stabilire per quali valori del parametro $k \in \mathbb{R}$ il sistema è compatibile ed in tali casi trovarne esplicitamente le soluzioni
- b) Stabilire per quali valori di $k \in \mathbb{R}$ l'insieme delle soluzioni del sistema costituisce un sottospazio vettoriale W di \mathbb{R}^5 e in corrispondenza di tali valori trovare una base di W

Esercizio 3

Stabilire per quale valore del parametro $h \in \mathbb{R}$ la matrice

$$\begin{pmatrix} h & 1 & 1 \\ 0 & 2 & 0 \\ 1 & 1 & h \end{pmatrix}$$

è simile a una matrice diagonale.