

**Dettaglio delle attività svolte:**  
**ANALISI SUPERIORE 1 [SM/0104]**

**08/10/2020 - lezione -**

**Docente:** ANEDDA CLAUDIA

**Ora inizio:** 09:15

**Ora fine:** 11:00

**Ore accademiche:** 2

**Titolo attività:**

presentazione del corso e ripasso sui numeri complessi

**Descrizione attività:**

Presentazione del corso di Analisi Superiore 1: obiettivi, prerequisiti, metodi didattici, modalità di verifica dell'apprendimento, testi di riferimento e contenuti.

Introduzione all'analisi complessa: richiami sul campo dei numeri complessi, sulle operazioni con i numeri complessi e loro proprietà; il piano di Gauss; forma cartesiana, trigonometrica ed esponenziale di un numero complesso; serie di potenze in caso complesso.

---

**09/10/2020 - lezione -**

**Docente:** ANEDDA CLAUDIA

**Ora inizio:** 15:00

**Ora fine:** 16:45

**Ore accademiche:** 2

**Titolo attività:**

Funzioni complesse di variabile complessa

**Descrizione attività:**

Riepilogo della lezione precedente.

Funzioni analitiche in  $\mathbb{R}$  e criterio di analiticità. Il piano complesso esteso. Intorno sferico di centro  $z_0$  e raggio  $r$  e topologia in  $\mathbb{C}$ . Funzioni di variabile reale a valori complessi e funzioni di variabile complessa a valori complessi; limiti di funzioni complesse: definizioni ed esempi; funzioni limitate; funzioni continue.

---

**12/10/2020 - lezione -**

**Docente:** ANEDDA CLAUDIA

**Ora inizio:** 09:15

**Ora fine:** 11:00

**Ore accademiche:** 2

**Titolo attività:**

Funzioni olomorfe

**Descrizione attività:**

Riepilogo della lezione precedente.

Limiti di funzioni complesse; esempi. Funzioni derivabili in senso complesso; definizione di funzione olomorfa e di funzione intera; algebra delle derivate; derivata di funzione composta; derivata della funzione inversa; legame tra derivabilità in senso complesso e continuità; esempi. Differenziabilità in senso complesso di una funzione complessa e relazione e con la derivabilità (c.d.).

---

**13/10/2020 - lezione -**

**Docente:** ANEDDA CLAUDIA

**Ora inizio:** 15:00

**Ora fine:** 16:45

**Ore accademiche:** 2

**Titolo attività:**

Condizione e operatore di Cauchy-Riemann

**Descrizione attività:**

Riepilogo della lezione precedente.

Relazione tra derivabilità in senso complesso e differenziabilità (in senso reale) in due variabili e condizioni di Cauchy-Riemann (c.d.); esempi di funzioni derivabili e non; relazione tra il modulo di una funzione derivabile e il determinante jacobiano della funzione e vettoriale ad essa associato; condizione necessaria affinché una funzione derivabile in un dominio sia costante (c.d.); esempio di utilizzo di questa proprietà. Polinomi complessi in  $x$  e  $y$  e polinomi in  $z$ ; l'operatore di Cauchy-Riemann e il suo utilizzo per la definizione di olomorfia di una funzione.

---

**15/10/2020 - lezione -**

**Docente:** ANEDDA CLAUDIA

**Ora inizio:** 09:15

**Ora fine:** 11:00

**Ore accademiche:** 2

**Titolo attività:**

Le funzioni trascendenti elementari

**Descrizione attività:**

Riepilogo della lezione precedente.

Verifica della derivabilità di una funzione tramite le condizioni di C-R, e tramite l'operatore di Cauchy-Riemann; funzione olomorfe e funzioni analitiche; esempio di funzione derivabile in un punto ma non analitica in tale punto.

Alcune particolari funzioni complesse: funzioni polinomiali e loro zeri; funzione esponenziale complessa, serie esponenziale e proprietà; funzioni trigonometriche e iperboliche complesse e loro proprietà. Proprietà delle funzioni trascendenti elementari: sviluppi in serie, relazioni fondamentali, non limitatezza.

---

**16/10/2020 - lezione -**

**Docente:** ANEDDA CLAUDIA

**Ora inizio:** 15:00

**Ora fine:** 16:45

**Ore accademiche:** 2

**Titolo attività:**

Funzioni polidrome

**Descrizione attività:**

Riepilogo della lezione precedente.

Periodicità e zeri delle funzioni trascendenti elementari.

Funzione determinazione principale della radice di  $z$  come inversa della funzione  $f(z)=z^2$  definita nel semipiano destro; funzione radice principale  $n$ -esima complessa. Funzioni polidrome e loro caratteristiche; confronto tra multifunzioni di variabile reale e multifunzioni di variabile complessa; determinazioni delle multifunzione radice  $n$ -esima complessa. Punto di diramazione della multifunzione radice quadrata e linea di diramazione; continuità delle determinazioni lungo il piano tagliato lungo una semiretta uscente dall'origine.

La multifunzione logaritmo complesso.

---

**19/10/2020 - lezione -****Docente:** ANEDDA CLAUDIA**Ora inizio:** 09:15**Ora fine:** 11:00**Ore accademiche:** 2**Titolo attività:**

Il logaritmo complesso e altre multifunzioni

**Descrizione attività:**

Riepilogo della lezione precedente.

La determinazione principale del logaritmo complesso come inversa dell'esponenziale con dominio ristretto, e sue proprietà; la multifunzione  $z^w$ : casi particolari ed esempi.

Condizioni di Cauchy-Riemann in coordinate polari; calcolo delle derivate del logaritmo complesso e della radice ennesima complessa utilizzando le condizioni di Cauchy-Riemann in coordinate polari.

Funzioni armoniche e loro legame con le funzioni olomorfe; armoniche elementari.

**20/10/2020 - lezione -****Docente:** ANEDDA CLAUDIA**Ora inizio:** 15:00**Ora fine:** 16:45**Ore accademiche:** 2**Titolo attività:**

Curve nel piano complesso e mappe conformi

**Descrizione attività:**

Riepilogo della lezione precedente.

Esistenza dell'armonica coniugata di una funzione armonica in un aperto semplicemente connesso.

Curve nel piano complesso. Mappe conformi: funzioni olomorfe con derivata non nulla conservano gli angoli in ampiezza e in verso; trasformazioni conformi viste come cambi di coordinate; risoluzione del problema di Dirichlet per il Laplaciano usando trasformazioni conformi; teorema della mappa di Riemann; trasformazione di rette verticali e orizzontali tramite trasformazioni conformi; linee di livello delle parti reale e immaginaria di una trasformazione conforme; esempi:  $f(z) = z^2$  e  $f(z) = e^z$ .**22/10/2020 - lezione -****Docente:** ANEDDA CLAUDIA**Ora inizio:** 09:15**Ora fine:** 11:00**Ore accademiche:** 2**Titolo attività:**

Integrali curvilinei di funzioni complesse e primitive

**Descrizione attività:**

Riepilogo della lezione precedente.

Integrali di funzioni complesse lungo curve in  $C$ ; proprietà dell'integrale: linearità rispetto alla funzione integranda, additività rispetto al cammino di integrazione, invarianza per curve equivalenti; disuguaglianza di Darboux; esempi.Funzioni primitive; primitive in un dominio (c.d.); condizione necessaria per l'esistenza di una primitiva (c.d.); teorema fondamentale del calcolo integrale in  $C$  (c.d.); legame degli integrali curvilinei di funzioni complesse con gli integrali curvilinei di forme differenziali lineari piane; condizione sufficiente per l'esistenza di primitive in un dominio semplicemente connesso; esempi; differenza tra esistenza di primitive per funzioni reali di variabile reale e per funzioni complesse di variabile complessa.

**23/10/2020 - lezione -****Docente:** ANEDDA CLAUDIA**Ora inizio:** 15:00**Ora fine:** 16:45**Ore accademiche:** 2**Titolo attività:**

Il Teorema di Morera

**Descrizione attività:**

Riepilogo della lezione precedente.

Primitive globali e "locali". Legame tra l'esistenza di primitive per una funzione complessa e la teoria delle forme differenziali lineari piane.

Teorema di Morera con due dimostrazioni, una delle quali con la costruzione della primitiva.

Moto piano stazionario di un fluido incomprimibile e irrotazionale e potenziale complesso.

**26/10/2020 - lezione -****Docente:** ANEDDA CLAUDIA**Ora inizio:** 09:15**Ora fine:** 11:00**Ore accademiche:** 2**Titolo attività:**

Il Teorema di Cauchy

**Descrizione attività:**

Riepilogo della lezione precedente.

Primo teorema di Cauchy con due tipologie di ipotesi (interno di curve chiuse contenuto nel dominio di olomorfia e domini semplicemente connessi). Prima formulazione del Teorema di Cauchy e dimostrazione con l'utilizzo del Teorema di Gauss-Green nel piano; seconda formulazione in domini semplicemente connessi (c.d.). Teorema di Cauchy-Goursat (con ipotesi minime); domini regolari a un sol contorno e a più contorni; teorema di Cauchy per domini limitati "con buchi" (c.d.); teorema di Cauchy per curve omotope (c.d.) e sua utilità; secondo teorema di Cauchy e formula integrale; indice di avvolgimento di una curva chiusa rispetto a un punto.

**27/10/2020 - lezione -****Docente:** ANEDDA CLAUDIA**Ora inizio:** 15:00**Ora fine:** 16:45**Ore accademiche:** 2**Titolo attività:**

La formula integrale di Cauchy

**Descrizione attività:**

Riepilogo della lezione e precedente.

Forma complessa della formula di Gauss-Green nel piano.

Secondo teorema di Cauchy e formula integrale (c.d.); indice di avvolgimento di una curva chiusa rispetto a un punto; significato della formula integrale come formula di rappresentazione; formula della media; olomorfia della derivata di una funzione olomorfa (c.d.); regolarità delle funzioni olomorfe e confronto col comportamento delle funzioni reali di variabile reale; formula integrale di Cauchy per le derivate. Funzioni analitiche in campo complesso e analiticità delle funzioni olomorfe; confronto con le funzioni reali di variabile reale; sviluppi in serie notevoli in campo complesso; raggio di convergenza delle serie di potenze di funzioni intere.

**29/10/2020 - lezione -****Docente:** ANEDDA CLAUDIA**Ora inizio:** 09:15**Ora fine:** 11:00**Ore accademiche:** 2**Titolo attività:**

Analiticità delle funzioni olomorfe

**Descrizione attività:**

Riepilogo della lezione precedente.

Teorema di Cauchy enunciato in termini di curve omologhe a zero.

Analiticità delle funzioni olomorfe (c.d.); disuguaglianze di Cauchy per i coefficienti della serie di potenze di una funzione olomorfa; stime di Cauchy per le derivate; il teorema di Liouville (c.d.) e dimostrazione del teorema fondamentale dell'algebra col suo utilizzo.

Proprietà delle funzioni analitiche: zeri di una funzione e olomorfa; zeri di ordine finito e zeri di ordine infinito; una funzione olomorfa in un dominio ammette zeri di ordine infinito se e solo se è nulla in tale dominio (c.d.). L'insieme degli zeri di una funzione olomorfa non identicamente nulla è un insieme discreto (c.d.); differenza tra funzioni complesse olomorfe e funzioni reali derivabili.

---

**02/11/2020 - lezione -****Docente:** ANEDDA CLAUDIA**Ora inizio:** 09:15**Ora fine:** 11:00**Ore accademiche:** 2**Titolo attività:**

Zeri di una funzione olomorfa e Principio di identità

**Descrizione attività:**

Riepilogo della lezione precedente.

L'insieme degli zeri di una funzione olomorfa non identicamente nulla è un insieme

discreto e privo di punti di accumulazione appartenenti al dominio di olomorfia (c.d.); teorema degli zeri per una funzione olomorfa: l'ordine di uno zero di una funzione olomorfa è univocamente determinato; principio di identità delle funzioni olomorfe. Varie formulazioni del principio di identità.

Utilizzo di tale principio per dimostrare alcune identità algebriche che coinvolgono funzioni intere; le funzioni trascendenti elementari sono le uniche estensioni analitiche in  $\mathbb{C}$  delle "omonime" funzioni reali di variabile reale. Estensione analitica (o prolungamento analitico) di funzioni analitiche in senso reale; prolungamento analitico di funzioni analitiche in un aperto; procedimento di estensione analitica che "circonda" una singolarità isolata; barriera (o frontiera) naturale di singolarità: esempio.

---

**03/11/2020 - lezione -****Docente:** ANEDDA CLAUDIA**Ora inizio:** 15:00**Ora fine:** 16:45**Ore accademiche:** 2**Titolo attività:**

Principio del massimo modulo

**Descrizione attività:**

Riepilogo della lezione precedente.

Funzioni analitiche espresse come somme di serie di potenze formalmente diverse, ma

prolungamento analitico l'una dell'altra; multifunzioni analitiche e loro elementi analitici; sviluppi in serie di potenze di una funzione analitica  $f$ , che possonoconvergere in punti non appartenenti al dominio di olomorfia di  $f$ , o che convergono in punti interni al dominio, ma con somma diversa da  $f$ ; esempi.

Principio del massimo modulo (c.d.) e suoi corollari (c.d.); diverse formulazioni di tale principio e osservazioni; disuguaglianze di Cauchy del massimo modulo.

**05/11/2020 - lezione -**

**Docente:** ANEDDA CLAUDIA

**Ora inizio:** 09:15

**Ora fine:** 11:00

**Ore accademiche:** 2

**Titolo attività:**

Sviluppi in serie di Laurent

**Descrizione attività:**

Riepilogo della lezione precedente.

Serie bilatere e loro convergenza in corone circolari; sviluppo in serie di Laurent di una funzione olomorfa in una corona circolare (c.d.); univocità dei coefficienti dello sviluppo in serie di Laurent di una funzione; parte principale e parte regolare della serie; sviluppi in dischi bucati o in domini privati di un punto; esempi. Punti regolari e punti singolari; punti singolari isolati e punti singolari non isolati; esempi; classificazione delle singolarità isolate.

---

**06/11/2020 - lezione -**

**Docente:** ANEDDA CLAUDIA

**Ora inizio:** 15:00

**Ora fine:** 16:45

**Ore accademiche:** 2

**Titolo attività:**

Classificazione delle singolarità isolate

**Descrizione attività:**

Riepilogo della lezione precedente.

Disuguaglianze di Cauchy per le serie di Laurent; esempi di sviluppi in serie di Laurent; esempi di punti singolari isolati e punti singolari non isolati; classificazione delle singolarità isolate; esempi: classificazione del tipo di singolarità isolata tramite il comportamento della funzione "vicino" alla singolarità e tramite il suo sviluppo in serie di Laurent; punto singolare isolato all'infinito per le funzioni intere; funzioni meromorfe.

---

**09/11/2020 - lezione -**

**Docente:** ANEDDA CLAUDIA

**Ora inizio:** 09:15

**Ora fine:** 11:00

**Ore accademiche:** 2

**Titolo attività:**

Funzioni razionali, zeri e poli all'infinito

**Descrizione attività:**

Riepilogo della lezione precedente.

Teorema di Riemann sulle singolarità eliminabili; funzioni meromorfe e loro continuità se considerate a valori nel piano complesso esteso. Una funzione meromorfa in  $C$  possiede al massimo un'infinità numerabile di poli (c.d.); funzioni razionali; le funzioni razionali sono prive di singolarità essenziali (c.d.); ordine di una funzione razionale; funzioni razionali di ordine 1; zeri e poli di una funzione e del suo reciproco; esempi; una funzione non può essere limitata in modulo in un intorno di una singolarità isolata non eliminabile (c.d.); somma, prodotto e quoziente di funzioni meromorfe. Regola di de l'Hospital per funzioni complesse (c.d.); comportamento di una funzione in un intorno di una singolarità isolata essenziale.

---

**10/11/2020 - lezione -****Docente:** ANEDDA CLAUDIA**Ora inizio:** 15:00**Ora fine:** 16:45**Ore accademiche:** 2**Titolo attività:**

Teoremi di Casorati, di Picard e dei residui

**Descrizione attività:**

Riepilogo della lezione precedente.

Sviluppo in serie di Taylor e/o di Laurent di una funzione meromorfa; comportamento di una funzione in un intorno di una singolarità isolata essenziale:

Teorema di Casorati (c.d.); teorema di Picard; esempi.

Residuo di una funzione in un suo punto singolare isolato; calcolo dell'integrale curvilineo di una funzione lungo una curva chiusa che "circonda" la singolarità isolata; legame tra olomorfia di una funzione in un punto e residuo nullo in quel punto; teorema dei residui (c.d.); formula per il calcolo del residuo in un polo semplice e in polo di ordine  $m$  (c.d.) ed esempi.

---

**12/11/2020 - lezione -****Docente:** ANEDDA CLAUDIA**Ora inizio:** 09:15**Ora fine:** 11:00**Ore accademiche:** 2**Titolo attività:**

Residuo all'infinito, teoremi dell'indicatore logaritmico e di Rouché

**Descrizione attività:**

Riepilogo della lezione precedente.

Residuo all'infinito; sviluppo in serie di Laurent di una funzione in un intorno di infinito, parte regolare e parte singolare; studio del residuo a infinito di  $f(z)$  col cambio di variabile  $z=1/\xi$ ; esempi. Teorema della somma dei residui (c.d.); somma dei residui al finito (e residuo a infinito) per una funzione con un numero finito di punti singolari isolati con comportamento asintotico di  $|z|^{-m}$ ,  $m > 1$ , a infinito; teorema dell'indicatore logaritmico o principio dell'argomento, e sue conseguenze e teorema fondamentale dell'algebra come sua conseguenza; teorema di Rouché.

---

**13/11/2020 - lezione -****Docente:** ANEDDA CLAUDIA**Ora inizio:** 09:15**Ora fine:** 11:00**Ore accademiche:** 2**Titolo attività:**

Lemma di Jordan e calcolo di integrali

**Descrizione attività:**

Riepilogo della lezione precedente.

Utilizzo del teorema di Rouché per dimostrare il teorema fondamentale dell'algebra e per la localizzazione degli zeri di una funzione olomorfa.

Lemma di Jordan (del grande cerchio) (c.d.); Lemma di Jordan del "piccolo" cerchio (c.d.).

Calcolo di integrali col metodo dei residui. Calcolo di integrali in  $\mathbb{R}$  di funzioni prolungabili in  $\mathbb{C}$  con un numero finito di poli che non stiano sull'asse reale, infinitesime all'infinito.

**16/11/2020 - lezione -****Docente:** ANEDDA CLAUDIA**Ora inizio:** 09:15**Ora fine:** 11:00**Ore accademiche:** 2**Titolo attività:**

Spazi normati di dimensione finita e infinita

**Descrizione attività:**

Riepilogo della lezione precedente.

Calcolo di integrali generalizzati che richiedono di "aggirare" un polo semplice; integrali di tipo "trasformata di Fourier"; esempi.

Spazi di Banach; proprietà della funzione norma; esempi:  $\mathbb{R}^N$  con la norma euclidea e con altre norme; lo spazio delle funzioni continue su un compatto con la norma lagrangiana; lo spazio delle funzioni limitate con la norma del sup; gli spazi di Lagrange;  $C[a,b]$  con la norma del max e con la norma integrale di ordine 1; norme equivalenti; norme equivalenti in uno spazio di dimensione finita (c.d.); uno spazio normato di dimensione finita è completo (c.d.).

---

**17/11/2020 - lezione -****Docente:** ANEDDA CLAUDIA**Ora inizio:** 15:00**Ora fine:** 16:45**Ore accademiche:** 2**Titolo attività:**

Operatori lineari limitati

**Descrizione attività:**

Riepilogo della lezione precedente.

Sottospazi di dimensione finita di spazi normati; il teorema di approssimazione di Weierstrass; definizione di spazio di Hilbert. La disuguaglianza di Young (c.d.); le disuguaglianze di Holder e di Minkowsky.

Operatori e funzionali lineari; esempi; operatori limitati; norma di un operatore (definizioni equivalenti); CNS affinché un operatore sia limitato è che trasformi insiemi limitati in insiemi limitati (c.d.); esempi; un operatore lineare  $A: X \rightarrow Y$  con  $X$  di dimensione finita è limitato (c.d.).

---

**19/11/2020 - lezione -****Docente:** ANEDDA CLAUDIA**Ora inizio:** 09:15**Ora fine:** 11:00**Ore accademiche:** 2**Titolo attività:**

Spazio degli operatori lineari continui; teorema di Helly-Hahn-Banach

**Descrizione attività:**

Riepilogo della lezione precedente.

Operatori continui e uniformemente continui; esempi; un operatore lineare è limitato se e solo se è continuo (c.d.); lo spazio degli operatori lineari continui; lo spazio duale con la norma duale. Lo spazio degli operatori lineari continui da  $X$  in  $Y$  è di Banach se  $Y$  lo è (c.d.); operatore prodotto; operatori invertibili.

Il Teorema di Helly-Hahn-Banach e suo corollario in uno spazio normato (c.d.).



**20/11/2020 - lezione -**

**Docente:** ANEDDA CLAUDIA

**Ora inizio:** 15:00

**Ora fine:** 16:45

**Ore accademiche:** 2

**Titolo attività:**

Corollari del Teorema di Helly-Hahn-Banach e Teorema di Banach-Steinhaus

---

**Descrizione attività:**

Riepilogo della lezione precedente.

Corollari del Teorema di Helly-Hahn-Banach: esistenza di un elemento del duale con norma uguale alla norma di un elemento dello spazio normato di partenza (c.d.); norma di un vettore in uno spazio normato come max della dualità, al variare degli elementi del duale di norma unitaria (c.d.); CNS di densità per un sottospazio di uno spazio normato.

Spazio biduale; iniezione canonica; spazio riflessivo.

Teorema di Banach-Steinhaus (c.d.) e corollario nel caso di una famiglia numerabile di operatori lineari continui (c.d.).

Calcolo degli integrali di Frésnel.

---

**23/11/2020 - lezione -**

**Docente:** ANEDDA CLAUDIA

**Ora inizio:** 09:15

**Ora fine:** 11:00

**Ore accademiche:** 2

**Titolo attività:**

Topologie deboli

---

**Descrizione attività:**

Riepilogo della lezione precedente.

Corollari del Teorema di Banach-Steinhaus (c.d.).

Topologia iniziale e convergenza di successioni nella topologia iniziale. Topologia debole in uno spazio di Banach; convergenza debole e sue proprietà (c.d.); convergenza forte e convergenza debole equivalenti in uno spazio di dimensione finita (c.d.); alcuni esempi in uno spazio di dimensione infinita; non metrizzabilità della topologia debole in uno spazio di dimensione infinita; coincidenza di chiusura debole e forte per insiemi convessi.

La topologia debole\* nel duale di uno spazio normato.

---

**24/11/2020 - lezione -**

**Docente:** ANEDDA CLAUDIA

**Ora inizio:** 15:00

**Ora fine:** 16:45

**Ore accademiche:** 2

**Titolo attività:**

Topologia debole\* e spazi riflessivi

---

**Descrizione attività:**

Riepilogo della lezione precedente.

La topologia debole\* su uno spazio duale e sue proprietà (c.d.); confronto tra topologia forte, topologia debole e topologia debole\* su uno spazio duale; i teoremi di Riesz e di Banach-Alaoglu-Bourbaki; topologie coincidenti in spazi di dimensione finita. Spazi riflessivi; teorema di Kakutani (c.d.); riflessività di uno spazio vettoriale chiuso di uno spazio di Banach riflessivo (c.d.); compattezza debole sequenziale in spazi riflessivi e Teorema di Eberlein-Smulian; compattezza e compattezza sequenziale in spazi metrici e in spazi topologici.

---

**26/11/2020 - lezione -****Docente:** ANEDDA CLAUDIA**Ora inizio:** 09:15**Ora fine:** 11:00**Ore accademiche:** 2**Titolo attività:**Spazi separabili; spazi uniformemente convessi; spazi  $L^p$ **Descrizione attività:**

Riepilogo della lezione precedente.

Uno spazio di Banach è riflessivo se e solo se lo è il suo duale (c.d.).

Definizione di spazio separabile e alcune proprietà: sottoinsiemi di spazi separabili; spazi di Banach tali che il duale sia separabile; spazi riflessivi e separabili; metrizzabilità della bolla chiusa unitaria del duale di uno spazio di Banach separabile rispetto alla topologia debole\*; metrizzabilità della bolla chiusa unitaria rispetto alla topologia debole in uno spazio di Banach tale che il duale sia separabile; successioni limitate sequenzialmente debolmente\* compatte nel duale di uno spazio di Banach separabile.

Definizione di spazio uniformemente convesso; proprietà geometrica dell'uniforme convessità; esempio di norme equivalenti non uniformemente convesse; Teorema di Milman-Pettis.

Spazi  $L^p$ : definizione nello spazio misurabile degli insiemi di  $\mathbb{R}^N$  rispetto alla misura di Lebesgue; definizione di spazio misurabile;  $L^p$  è uno spazio vettoriale (c.d.);  $L^p$  è uno spazio normato (c.d.).

Spazio delle funzioni essenzialmente limitate; estremo superiore essenziale; definizioni equivalenti.

Norma in  $L^\infty$  con sup del modulo della funzione nel complementare di un insieme di misura nulla (c.d.). Confronto tra sup e sup essenziale di una funzione; esempi.

---

**27/11/2020 - lezione -****Docente:** ANEDDA CLAUDIA**Ora inizio:** 15:00**Ora fine:** 16:45**Ore accademiche:** 2**Titolo attività:**

Funzioni essenzialmente limitate; teorema di Fischer-Riesz

**Descrizione attività:**

Riepilogo della lezione precedente.

Confronto tra sup e sup essenziale di una funzione; esempi;  $L^\infty$  è uno spazio normato completo (c.d.); disuguaglianza di Holder (c.d) negli spazi  $L^p$  e disuguaglianza generalizzata; utilizzo della disuguaglianza di Holder per dimostrare la disuguaglianza di Minkowski delle norme; inclusione tra spazi  $L^p$  per insiemi di misura finita (c.d); esempi.

---

**30/11/2020 - lezione -****Docente:** ANEDDA CLAUDIA**Ora inizio:** 09:15**Ora fine:** 11:00**Ore accademiche:** 2**Titolo attività:**

Teorema di Fischer-Riesz

**Descrizione attività:**

Riepilogo della lezione precedente.

Disuguaglianza di interpolazione per spazi  $L^p$ . Il Teorema di Fischer-Riesz (c.d.) e corollario (c.d.). Riflessività degli spazi  $L^p$ , per  $1 < p < \infty$ , (c.d.) tramite le disuguaglianze di Clarkson i) (c.d.) e ii) e il Teorema di Milman-Pettis; seconda dimostrazione della riflessività di  $L^p$  tramite l'operatore  $T: L^p \rightarrow (L^q)^*$ .

**01/12/2020 - lezione -****Docente:** ANEDDA CLAUDIA**Ora inizio:** 15:00**Ora fine:** 16:45**Ore accademiche:** 2**Titolo attività:**Riflessività, separabilità e duali degli spazi  $L^p$ **Descrizione attività:**

Riepilogo della lezione precedente.

Teorema di rappresentazione di Riesz per  $1 < p < \infty$  (c.d.);separabilità negli spazi  $L^p$ ; proprietà degli spazi  $L^1$  e  $L^\infty$ ; esempio che mostra la non validità del teorema di rappresentazione di Riesz per  $p = \infty$ ; risultati legati alle topologie deboli negli spazi  $L^p$ .

Definizione di prodotto di convoluzione e proprietà.

Definizione di spazio delle funzioni continue a supporto compatto e risultati di densità.

Definizione di spazio di funzioni localmente integrabili.

Operatore di traslazione; invariata per traslazioni e continuità per traslazioni negli spazi  $L^p$ .Spazi  $L^p$ .

---

**03/12/2020 - lezione -****Docente:** ANEDDA CLAUDIA**Ora inizio:** 09:15**Ora fine:** 11:00**Ore accademiche:** 2**Titolo attività:**

La trasformazione di Fourier

**Descrizione attività:**

Riepilogo della lezione precedente.

Funzioni Fourier-trasformabili e condizione sufficiente di trasformabilità; trasformata di funzioni a valori reali e pari e di funzioni a valori reali e dispari (c.d.); linearità e continuità dell'operatore di Fourier (c.d.); effetto "regolarizzante" dell'operatore di Fourier: esempi; continuità della trasformata di Fourier (c.d.); formula di moltiplicazione (c.d.); derivata della trasformata di Fourier (c.d.) e trasformata di Fourier della derivata (c.d.).

---

**04/12/2020 - lezione -****Docente:** ANEDDA CLAUDIA**Ora inizio:** 15:00**Ora fine:** 16:45**Ore accademiche:** 2**Titolo attività:**

Trasformata di Fourier inversa e calcolo della trasformata di Fourier della gaussiana

**Descrizione attività:**

Riepilogo della lezione precedente.

Teorema di Riemann-Lebesgue (c.d.); proprietà della trasformata di Fourier: riscaldamento, coniugio, traslazione nel tempo e nella frequenza (c.d.); trasformata di Fourier e convoluzione (c.d.); funzioni antitrasformabili e antitrasformata di Fourier; formula di simmetria (c.d.) e teorema di inversione; calcolo della trasformata di Fourier della gaussiana sia con i metodi dell'analisi complessa che con le proprietà della trasformazione di Fourier.

**10/12/2020 - lezione -****Docente:** ANEDDA CLAUDIA**Ora inizio:** 09:15**Ora fine:** 11:00**Ore accademiche:** 2**Titolo attività:**La trasformazione di Fourier in  $L^2$  e il metodo di Fourier per PDEs.**Descrizione attività:**

Riepilogo della lezione precedente.

Confronto tra serie di Fourier e trasformazione di Fourier con qualche riferimento alla teoria dei segnali.

Lo spazio di Schwartz delle funzioni rapidamente decrescenti; una funzione rapidamente decrescente è limitata e integrabile (c.d.); una funzione rapidamente decrescente è Fourier trasformabile e la sua trasformata è anch'essa rapidamente decrescente (c.d.); trasformazione di Fourier nello spazio di Schwartz e teorema di Plancherel; teorema e identità di Plancherel in  $L^2$ . Un'applicazione della trasformazione di Fourier all'equazione del calore.

---

**11/12/2020 - lezione -****Docente:** ANEDDA CLAUDIA**Ora inizio:** 15:00**Ora fine:** 16:45**Ore accademiche:** 2**Titolo attività:**

La trasformazione di Laplace e le sue proprietà

**Descrizione attività:**

Riepilogo della lezione precedente.

Funzioni Laplace-trasformabili e assolutamente Laplace-trasformabili; ascissa di convergenza; trasformata di Laplace nel suo semipiano di convergenza; ordine esponenziale di una funzione e suo legame con l'ascissa di convergenza; esempi: la trasformata della funzione di Heaviside e della funzione esponenziale; impulso di durata  $h$ , impulso unitario e loro trasformate; linearità dell'operatore di Laplace; trasformate di funzioni trigonometriche, di funzioni iperboliche e di funzioni polinomiali; definizione di segnale (Laplace- trasformabile); limitatezza in modulo della trasformata di Laplace nel semipiano di convergenza (c.d.); trasformata di Laplace  $L[f](s)$  infinitesima per  $\text{Re}(s)$  che tende a infinito (c.d.); legame tra la trasformata di Laplace e la trasformata di Fourier (c.d.); proprietà della trasformata di Laplace: riscaldamento, traslazione e "smorzamento".

---

**14/12/2020 - lezione -**

**Docente:** ANEDDA CLAUDIA

**Ora inizio:** 09:15

**Ora fine:** 11:00

**Ore accademiche:** 2

**Titolo attività:**

Antitrasformata di Laplace e funzioni antitrasformabili

**Descrizione attività:**

Riepilogo della lezione precedente.

Trasformata di Laplace di un segnale periodico integrabile nell'intervallo di periodicità; derivata della trasformata di Laplace (c.d.); trasformata della funzione  $f(t)/t$  (c.d.); trasformata della derivata (c.d.) e delle derivate successive; prodotto di convoluzione tra segnali localmente integrabili; trasformata di Laplace della convoluzione; trasformata di Laplace dell'integrale (c.d.); l'inversione della trasformazione di Laplace; formula di inversione di Riemann-Fourier; determinazione di un segnale continuo mediante la sua trasformata di Laplace; formula di inversione ricavata tramite il legame tra la trasformazione di Laplace e quella di Fourier; antitrasformata di Laplace di funzioni razionali fratte proprie con poli semplici e multipli; applicazione della trasformata di Laplace per la risoluzione di problemi di Cauchy che coinvolgono equazioni differenziali lineari a coefficienti costanti.

---