



UNIVERSITÀ DEGLI STUDI DI CAGLIARI

Lezioni di Matematica Finanziaria

**A cura di
Beatrice Venturi**

Ammortamento

13

L'ammortamento americano (o a due tassi)

- In genere il **tasso di remunerazione è superiore al tasso di costituzione**: dal punto di vista del **mutuante** si tratta di un **ammortamento globale**, visto che **il capitale prestato verrà restituito in un'unica soluzione al termine dell'operazione**; viceversa, dal punto di vista del **mutuatario** si tratta di un **rimborso graduale che prevede ad ogni periodo due impegni**:

L'ammortamento americano (o a due tassi)

- una rata a titolo di quota interesse, calcolata al tasso i_r

$$I_k = I = A \cdot i_r$$

una rata costante a **titolo di quota capitale da versare in un fondo vincolato a favore del creditore**, calcolata al tasso.

$$C_k = C = A \cdot \sigma_{\overline{n}|i_c} = A \cdot \frac{i_c}{(1+i_c)^n - 1}$$

L'ammortamento americano (o a due tassi)

- Chiaramente, la rata è data la somma delle quote di capitale e interesse:

$$R = C_k + I_k = A \cdot \left(\sigma_{\overline{n}|i_c} + i_r \right)$$

Variazione del tasso

- Quando si stipula un contratto per un mutuo, vengono specificate tutte le **condizioni**, in particolare quelle relative al **tasso di interesse**.
- Scelta fondamentale
- a) caso tasso **variabile**
- b) caso tasso **fisso**

Mutuo a tasso **variabile**

a) Si fissano i *parametri di indicizzazione*.

- il parametro **EURIBOR** (European Interbank Offered Rate): è il tasso interbancario di riferimento **determinato giornalmente** come **media dei tassi di interesse** ai quali le **banche operanti nell'Unione europea si scambiano e si remunerano i depositi a breve termine**.
- Ha scadenze da **una settimana a 12 mesi** . Utilizzato come **parametro di indicizzazione dei mutui a tasso variabile**.

Mutuo a tasso fisso

- Nel caso di tasso fisso si utilizzano:
- **l'EUROIRS** (European Interest Rate Swap): è la **media dei tassi di interesse ai quali le banche UE realizzano l'operazione di trasformazione di un impegno a tasso fisso in uno a tasso variabile;**
- **o anche RENDISTATO, cioè un tasso indicizzato al rendimento dei titoli di Stato (BOT, CCT, ecc.).**

Mutuo a tasso fisso

- Dal punto di vista della teoria, la **variazione del tasso di interesse nel rimborso di un prestito** è un'operazione relativamente semplice.
- Infatti, assegnata una somma A , si calcola la **rata di ammortamento** in n anni al **tasso i_1 fissato**:

$$R_1 = A \cdot \alpha_{\overline{n}|i}$$

Mutuo a tasso fisso

- Quando si verifica la variazione del tasso da i_1 a i_2 occorre calcolare
- il **debito residuo al momento k** ($0 < k < n$) della **variazione del tasso:**

$$D_k = R_1 \cdot a_{\overline{n-k}|i_1}$$

Mutuo a tasso fisso

- dopodiché, si calcola la nuova rata al tasso , come si stesse facendo una nuova operazione di prestito:

$$R_2 = D_k \cdot \alpha_{\overline{n-k}|i_2}$$

Sospensione dei pagamenti

- Può capitare che **uno o più versamenti dell'ammortamento non vengano effettuati**. In tempi di crisi questo non è un evento raro.
- Nel caso la sospensione dei pagamenti sia temporanea occorrerà **calcolare il debito residuo** al momento della ripresa dei pagamenti: quindi, fissate le nuove condizioni a cui condurre l'operazione (eventuale prolungamento oppure termine entro la stessa data precedentemente stabilita).
- **si calcola la nuova rata di ammortamento e si modifica il piano secondo le nuove esigenze.**

Leasing

- Il contratto di mutuo presuppone l'acquisto del bene per il quale è stato richiesto; ma le **procedure di concessione del mutuo sono lunghe e laboriose** e allora sempre più **aziende preferiscono fare ricorso al leasing.**

Leasing

- Le due forme principali di leasing sono:
- il **leasing operativo**: esso praticamente si configura come un **noleggio di un determinato bene** per un certo **periodo di tempo** senza la **previsione di un riscatto** da parte **dell'utilizzatore** (ma oggi è quasi del tutto in disuso);
- **leasing finanziario**: serve per **finanziare l'acquisto dei beni strumentali** siano essi **mobiliari o immobiliari**.

Leasing

- **Leasing** = contratto si articola tra un **venditore** che ha un bene a disposizione e lo vende; un soggetto (imprenditore, per es.) individua tale bene e ne **contratta il prezzo** con il **venditore**; poi, si rivolge a una **società di leasing** e chiede ad essa se è disposta ad **acquistare il bene a suo nome** (della società di leasing) a **cederglielo in uso pagando**

Leasing

- il cosiddetto **maxicanone** che consiste in un certo numero di **canoni periodici** o in una **percentuale del costo del bene**.
- un **certo numero di canoni**, che possono essere annuali, ma più spesso semestrali o mensili
- il **riscatto del bene** alla fine del ciclo di utilizzo; infatti, è **interesse della società di leasing** che gli **utilizzatori riscattino sempre i beni** dato che essa **interpreta questa attività come un'attività di carattere finanziario**.

Leasing

Se ciò accade, **la società di leasing diventa proprietaria del bene ma il bene va direttamente all'utilizzatore del bene stesso.**

Con questo **tipo di contratti**, si prevede che **il leasing abbia una certa durata**, che solitamente **non deve essere inferiore alla metà del tempo di ammortamento** stabilito dalle **prescrizioni di carattere fiscale.**

Leasing

- Vi sono altri tipi di leasing come il lease back (quando il venditore è anche lo stesso utilizzatore del bene) e il leasing diretto (quando un soggetto che vende beni svolge egli stesso occasionalmente un'attività di leasing) ma il più diffuso è quello finanziario.

Leasing

- Lo schema dell'operazione è:

0 . **1** **2** **3** ***n***

A 

kR *R*.....*R*

Leasing

- Si indicano:
- A: valore del bene dato in leasing
- K R: valore del maxicanone, indicato come numero di canoni anticipati
- R: valore del canone di leasing
- E: valore di riscatto del bene

Leasing

- Per il principio di equivalenza, stabilito un tasso per l'operazione, devono essere uguali il valore del bene ceduto in leasing e il valore attuale di tutte le somme che il soggetto locatario del bene dovrà corrispondere.

$$A = k \cdot R + R \cdot a_{\overline{n-k}|i} + E(1+i)^{-n}$$

Leasing

- Se, invece, il **maxicanone** è indicato come una **percentuale del valore del bene** (di importo **T**), l'equazione finanziaria diventa:

$$A = T + R \cdot a_{\overline{n}|i} + E(1+i)^{-n}$$

Leasing

- I problemi finanziari legati al leasing sono facilmente riconducibili a quanto detto per l'ammortamento.

Valutazione dei prestiti

- Quando si è ricevuto un prestito spesso nasce l'esigenza di una sua valutazione a un dato istante dell'operazione.
- Motivazioni:
- **a) contabili**, dovuti all'esigenza di iscrizione in bilancio delle diverse poste riguardanti il prestito
- b) cessione del prestito
- c) estinzione anticipata

Valutazione dei prestiti

- Caratterizzazioni valutazioni prestito
- a) periodo k a cui si riferisce $k < n$
- b) **tasso di valutazione inferiore al tasso di remunerazione**

- $i' < i_r$

Valutazione dei prestiti

- A volte è necessario distinguere tra **il valore attuale delle rimanenti quote del prestito** e **il valore attuale degli interessi**.
- Allora si definiscono:
Nuda proprietà (NP_k): è il valore attuale delle quote di capitale ancora da versare:

$$NP_k = \sum_{t=k+1}^n C_k (1 + i')^{-(t-k)}$$

Nuda proprietà ed Usufrutto

- **Usufrutto (U_k):** è il **valore attuale delle quote di interessi** ancora da versare:

$$U_k = \sum_{t=k+1}^n I_k (1 + i')^{-(t-k)}$$

- Nuda proprietà (NP_k):** è il **valore attuale delle quote di capitale** ancora da versare:

$$NP_k = \sum_{t=k+1}^n C_k (1 + i')^{-(t-k)}$$

Valutazione dei prestiti

Se si indica con V_k la valutazione del prestito a un momento k , si ha:

$$V_k = NP_k + U_k$$

Valutazione del prestito

- Queste formule sono le più pratiche da applicare, visto che non pongono problemi di calcolo; si può ora vedere la valutazione del prestito nelle diverse modalità di rimborso sin qui analizzate.

$$M = A \cdot (1 + i)^n$$

Valutazione del prestito

- Al momento della valutazione si ha

$$V_k = M \cdot (1 + i')^{-(n-k)}$$

$$= A \cdot (1 + i)^n \cdot (1 + i')^{-(n-k)}$$

Valutazione del prestito

- Rimborso globale del capitale e pagamento periodico degli interessi
- Il debitore versa ogni periodo una rata di interesse di importo costante e, alla fine dell'operazione, rimborsa l'intero importo del prestito.

$$V_k = NP_k + U_k$$

$$U_k = A \cdot i \cdot a_{\overline{n-k}|i'} \quad NP_k = A \cdot (1 + i')^{-(n-k)}$$

Valutazione del prestito

- Valutazione ammortamento italiano
- (Quota capitale costante)

$$NP_k = \frac{A}{n} \cdot a_{\overline{n-k}|i'} \quad U_k = \sum_{t=k+1}^n I_k (1+i')^{-(t-k)}$$

$$U_k = \frac{A}{n} \cdot \frac{i}{i'} \cdot \left(n - k - a_{\overline{n-k}|i'} \right)$$

Valutazione del prestito

$$\begin{aligned} V_k &= NP_k + U_k = \\ &= \frac{A}{n} \cdot a_{\overline{n-k}|i'} \left(1 - \frac{i}{i'} \right) + \frac{A}{n} \cdot \frac{i}{i'} \cdot (n-k) \end{aligned}$$

$$V_k = \frac{A}{n} \cdot (n-k) \quad \text{se } i = i'$$

Valutazione del prestito

- **ammortamento francese**
- Essendo la **rata costante** è semplice calcolare il valore del prestito, non così le sue componenti, **nuda proprietà** e usufrutto; si ha:

$$V_k = R \cdot a_{\overline{n-k}|i'}$$

Valutazione del prestito

$$NP_k = \begin{cases} R \cdot \frac{(1+i)^{-(n-k)} - (1+i')^{-(n-k)}}{i'-i} & \text{se } i' \neq i \\ (n-k)R \cdot (1+i)^{-(n-k+1)} & \text{se } i' = i \end{cases}$$

$$U_k = V_k - NP_k$$